Cosmologie. Constante de Hubble H_0 : réconcilier les mesures faites par PLANCK et WMAP (phénomène observé à z >> 1 avec celles à z <1 (SNIA par exemple) ? Ed. 3 : 23/12/21

Introduction

Actuellement ce problème d'incompatibilité, entre les valeurs de H_0 déduites des mesures par des méthodes s'appuyant sur des observations à z >>1 (celle du rayonnement de fond cosmologique RFC, ou CMB pour Cosmological Microwave Backgroung, en anglais, donnant une valeur de H_0 d'environ 67,27 ±0,6 km/s/Mpc , et celles de nombreuses méthodes s'appuyant sur des observations à z < 1 (SN1A, Céphéïdes, etc..) donnant une valeur de H_0 d'environ 73,52 ±1,62 km/s/Mpc, semble ébranler le modèle cosmologique standard.

On a pensé à mettre en doute la précision des observations, mais ces valeurs s'écartent de plus de 4 σ de leur diagramme probabiliste donc, comme de très nombreuses mesures ont été faites et vérifiées, cette hypothèse est de moins en moins crédible.

Pour l'instant, on est dans l'expectative, redoutant pour certains et espérant pour d'autres, une remise en cause du modèle standard, allant au-delà des rustines habituelles, voire de la théorie de la relativité générale, elle-même, dont on sait que, si elle n'a certainement rien de définitif comme l'histoire des sciences le suggère, il n'y a pas grand-chose de disponible et d'aussi efficace, pour la remplacer.

Ce que prédit physiquement une théorie dépend des paramètres qu'on lui associe et des hypothèses que l'on fait.

Rappelons que les hypothèses d'homogénéité et d'isotropie de l'univers sont des approximations drastiques qui même à grande échelle (la matière est regroupée dans des structures filamenteuses avec de gigantesques vides) sont loin d'être vraiment satisfaites.

Des modèles d'univers inhomogènes et anisotropes sont étudiés, sans grand résultat pour l'instant. On sait aussi que 95% de ce qui génère la dynamique de l'univers (matière noire et énergie noire) sont de nature inconnue, malgré des recherches importantes.

Par ailleurs le paradigme de l'inflation, s'il résout avantageusement quelques problèmes, fait tout de même figure de théorie ad hoc. Certains physiciens pensent qu'on pourra en fournir une preuve expérimentale, ce qui consoliderait l'hypothèse, mais pour l'instant une telle preuve fait défaut.

Avec ce problème sur la constante de Hubble, cela commence à faire beaucoup pour ce modèle standard de la cosmologie. Cependant, avant de proclamer sa mise à mort, il convient d'étudier si ce ne sont pas les paramètres qui sont en défaut. Ici, après une présentation du problème, sur un exemple « d'école », on montre comment la valeur de H_0 dépend des paramètres.

Dans ce document, on suppose connu les notions fondamentales de cosmologie (métrique de Robertson-Walker, équation de Friedman-Lemaître, paramètres de densité Ω_i, décalage spectral cosmologique z, distance de luminosité D_L, distance angulaire D_A, l'équation d'état des fluides cosmologiques, etc. Si ce n'est pas le cas et si nécessaire, voir, par exemple :

http://www.astromontgeron.fr/SAF_Cours_cosmo_2.pdf

C'est une présentation simple, inspirée d'une traduction du cours de N. Wright

http://www.astro.ucla.edu/~wright/cosmolog.htm

Rappel sur les méthodes de mesure utilisées pour déterminer H_0.

Une différence essentielle dans ces méthodes est la valeur du décalage spectral du phénomène observé et mesuré. Les méthodes comme celles les SN1A et les Céphéïdes considérées comme chandelles standard (des sources lumineuses dont on connaît la valeur intrinsèque), par exemple, pour $z < 1$, utilisent la distance de luminosité D_L déduite d'une observable qui est la mesure du flux lumineux de l'objet considéré (par un capteur associé au télescope mesurant l'énergie du flux de photons) que l'on va combiner avec le décalage spectral z (avec un spectromètre sur le télescope), qui est une autre observable de l'objet considéré. Ceci permet de tracer des courbes $D_L = f(z)$ pour différentes valeurs de z qu'on va comparer avec celles prédites par les différents modèles et d'en éliminer certaines et d'en conserver d'autres comme possibles, (méthode du meilleur ajustement).

Quels modèles sont compatibles avec les données expérimentales ?

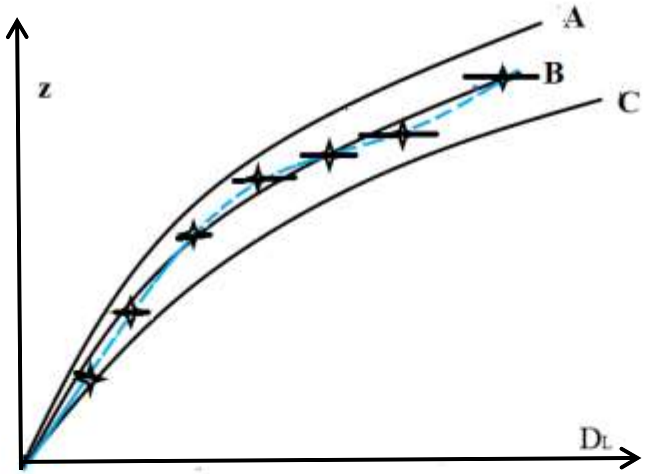


Figure 1 : Méthode de sélection par ajustement aux données expérimentales.

Sur le diagramme ci-dessus on a représenté par des étoiles un ensemble de points de mesure des observations du décalage spectral *z*, représenté en ordonnée, axe vertical, en fonction de la distance de luminosité D_L, en abscisse, axe horizontal.
Une courbe en tirets, les reliant, interpole la loi expérimentale z (D_L). A chaque point on doit associer une barre d'erreur liée à l'imprécision de la mesure.

On a tracé 3 courbes A, B, C correspondant à 3 modèles cosmologiques différents.

On voit que par exemple la courbe B est la plus compatible avec les données expérimentales. En revanche, les courbes A et C, sont à exclure.

C'est ce constat du meilleur ajustement entre les observations qui déterminera les modèles qui sont compatibles avec les observations et exclura ceux qui en sont trop éloignés, en tenant compte des imprécisions des mesures. A noter que ce diagramme est approximatif et ne prétend qu'illustrer la phénoménologie décrite.

La distance de luminosité

En espace euclidien le flux lumineux F (énergie de la lumière reçue par unité de surface et par unité de temps) par une source isotrope (le Soleil par exemple) de luminosité totale L vaut :

$$F = \frac{L}{4\pi r^2} \qquad (1)$$

où r est la distance entre le récepteur et la source. Cela s'explique simplement par le fait que le flux se répartit sur la sphère de rayon r de surface $4 \pi r^2$.

Dans un espace non euclidien il faut prendre en compte d'autres phénomènes.

Dans un espace en expansion, décrit par la métrique de Robertson -Walker, les photons émis vont être décalés vers le rouge et leur énergie va être divisée par :

$$1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t_e)} \qquad (2)$$

Où z est le décalage spectral observé de la source par rapport au récepteur et $a(t)$ sont les facteurs d'échelle au temps d'émission du photon à t_e et à la réception du photon t_0, (maintenant). Un deuxième phénomène intervient également, l'espacement des photons augment tout au long du parcours sur la géodésique, du fait de l'expansion de l'espace, d'un facteur également égal à (1+z), ils seront plus espacés dans le temps, à la réception, qu'à l'émission, ce qui réduit le flux lumineux.

Nous définirons la distance de luminosité d_L, par la relation :

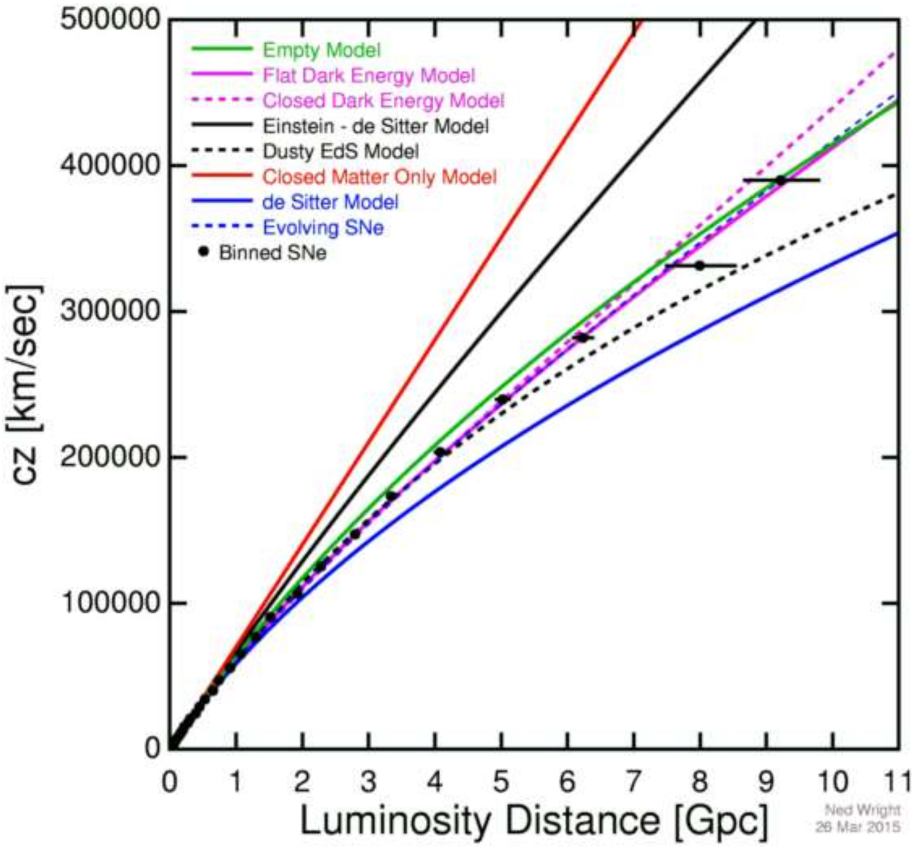
$$F = \frac{L}{4\pi r^2 . a(t_0)^2 (1+z)^2} = \frac{L}{4\pi d_L^2} \qquad (3)$$

Ce qui donne :

$$d_L = a(t_0) r (1+z) \qquad (4)$$

Notons que dans l'équation (3), nous ne connaissons par *r* qui est une coordonnée mais que par contre que d_L, est une observable définie par (3) puisque *L* est une chandelle standard de luminosité absolue connue.et que nous mesurons *F*. De même *z* est une observable (décalage spectral de l'objet, mesuré par un spectromètre).

Rappelons que c'est par les diagrammes représentant la fonction $d_L(z)$ que l'accélération de l'expansion a été détectée (1998) et qu'elle a permis à ce titre de réintroduire la constante cosmologique dans le modèle standard, en utilisant la méthode, décrite sur la figure 1, du meilleur ajustement aux données expérimentales.



En plus de discriminer les différents modèles cosmologiques, la distance de luminosité, dont une expression simplifiée est donnée par l'équation 5 ci-dessous, montre que cette distance de luminosité dépend de de la constante de Hubble. Elle peut donc être utilisée pour estimer la valeur de la constante de Hubble.

Son expression générale est assez complexe, elle se simplifie si on prend en compte que la courbure spatiale de l'univers est nulle**, (Ω_k = 0)**.

Faisons cette hypothèse, conforme à l'hypothèse actuelle sur la courbure spatiale.

Cette distance de luminosité d_L de l'objet situé à un décalage spectral z* est donné par :

$$d_L = \frac{1+z}{H_0} \int_0^{z*} \frac{dz}{\sqrt{\Omega_{rad}(1+z)^4 \; + \Omega_m(1+z)^3 \; + \Omega_\Lambda}} \qquad eq\ 5$$

Notons que le paramètre dynamique est z, une observable, ce qui a nécessité d'opérer une transformation qui est décrite en annexe.

Cette équation comporte H_0, la valeur de H pour z = 0, qui est une constante dans l'équation 5 (donc sortie de l'intégrale). H est lié à H_0 par la formule :

$$H = H_0\sqrt{(\Omega_{rad}(1+z)^4 \ + \Omega_m(1+z)^3 \ + \Omega_\Lambda)} \qquad eq.6$$

La méthode utilisée par Planck et WMAP qui vont déduire, entre autres, la valeur de H_0 résulte de l’analyse de Fourier en ondes sphériques des inhomogénéités du CMB. Le premier pic donne la valeur de la taille angulaire de l’horizon en angle (plus souvent on se sert de moments, mais il y a une correspondance entre les deux).

Ceci correspond à une autre observable qui est la distance angulaire D_A, qui est la distance déduite de l’angle sous lequel on voit un objet de taille intrinsèque connue.

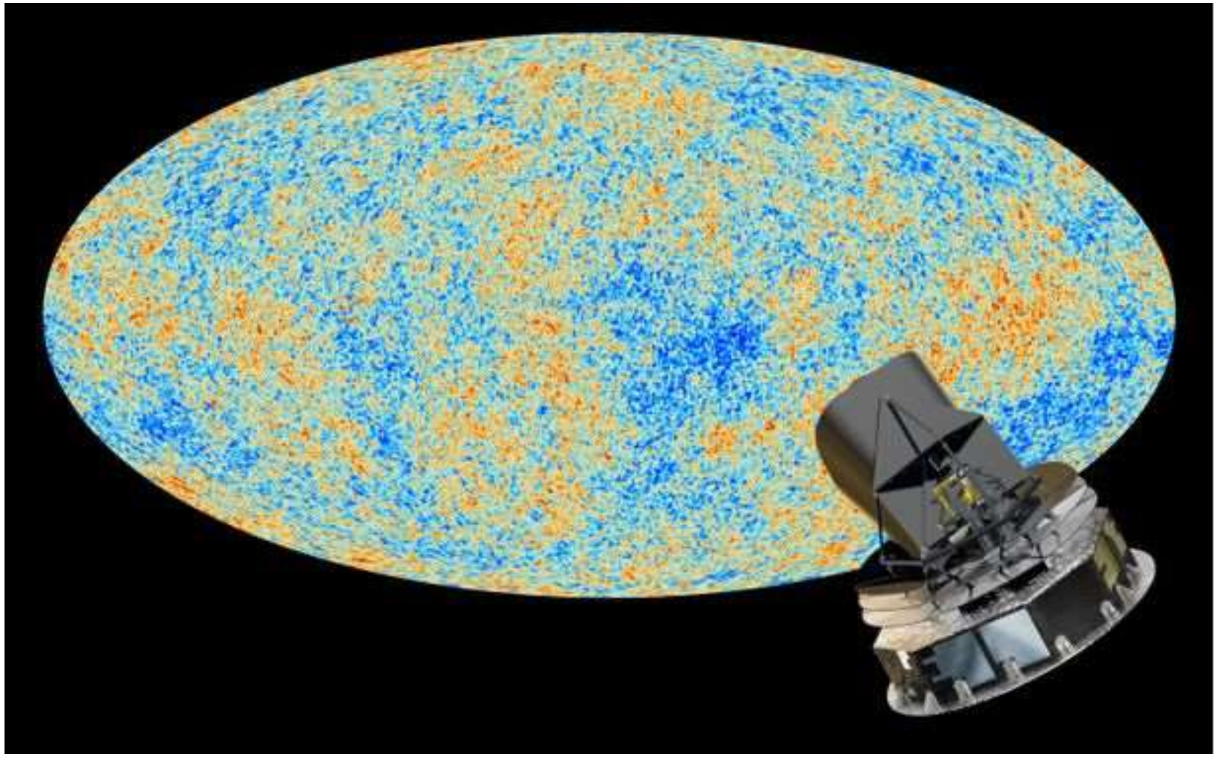


Figure 2 : représentation de la température du RFC en « fausses couleurs ».

L’image ci-dessus correspond à la sphère céleste complète, le Satellite Planck étant au point de Lagrange L_2 à 1,5 millions de kms de la Terre. Toute l’information qui va être exploitée est contenue dans cette image.

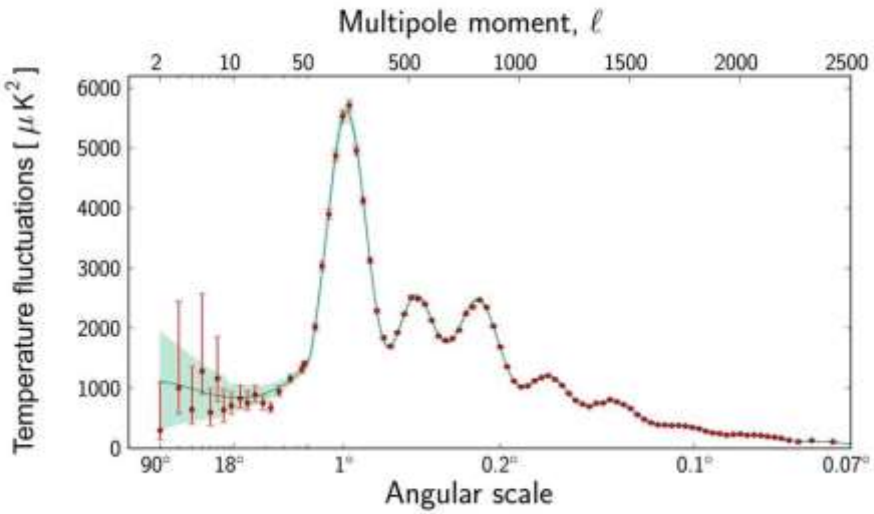


Figure 3 : résultat de la décomposition par transformée de Fourier 2D du RFC.

Cette décomposition permet d'extraire la proportion de motifs associés chaque taille repérée par la valeur du multipôle ou de l'angle associé. Le plasma étant un milieu élastique, les inhomogénéités génèrent des ondes acoustiques, donc les pics qui correspondent aux modes (principalement le mode fondamental, corroboré par ses harmoniques) les plus intenses. Ceci caractérise la taille du plasma (son horizon).

Il existe une relation simple entre d_L et d_A :

$$d_A = \frac{d_L}{(1+z)^2} = \frac{1}{(1+z)H_0} \int_0^{z*} \frac{dz}{\sqrt{\Omega_{rad}(1+z)^4 + \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}} \qquad eq\ 7$$

d_A dépend donc aussi de H_0.

Supposons, par exemple que la constante cosmologique, au lieu d'être constante, dépende de z (et donc de t).

Dans ces conditions il faut introduire un facteur *f(z)* associé à la constante cosmologique λ, ce qui aura un effet sensible pour z >> 1, sans modifier la valeur pour z = 0, introduisant une différence de phénoménologie avec le cas où λ est constant.

$$d_A = \frac{1}{(1+z)H_0} \int_0^{z*} \frac{dz}{\sqrt{\Omega_{rad}(1+z)^4 + \Omega_m(1+z)^3 + f(z)\Omega_\Lambda}} \qquad eq\ 8$$

La loi que nous allons proposer est purement un exercice et ne revendique aucun caractère physique, ceci aura pour but de montrer que l'effet peut être significatif.

Quel effet cette différence de phénoménologie peut-elle générer ?

La distance angulaire d_A est un paramètre mesuré donc connu[1], et le décalage spectral z est également connu. Si l'intégrale de l'équation 8 augmente, comme la valeur expérimentale de d_A est une donnée, le facteur H_0, doit augmenter.

L'impact exact de cette correction est sans doute assez complexe, mais un exemple empirique modifiant l'équation d'état du vide (constante cosmologique) est donné à titre d'exemple pour illustrer le mécanisme.

---

[1] En fait, d_A est déduit de l'analyse du CMB et des paramètres cosmologiques. La taille de l'horizon « sonique » se déduit du temps jusqu'au découplage et de la vitesse du son (vitesse de propagation des inhomogénéités dans un plasma photons-baryons) et l'angle de visée est donné par la transformée de Fourier du CMB (position du premier pic).

Exemple numérique de l'effet de la prise en compte de cette remarque

Nous nous intéressons au cas z >> 1 (méthode utilisant les résultats de Planck qui sont plus récents que ceux de WMAP).

$\Omega_m = 0,306$

$\Omega_{rad} = 0,00009236$

$\Omega_\Lambda = 0,694$

Ecrivons la partie de l'équation qui décrit l'influence de H_0 avec ces conventions et valeurs :

a- Cas où la constante cosmologique ne varie pas

$$\frac{1}{H_0}\int_0^{1089} \frac{dz}{\sqrt{0,00009236(1+z)^4 \ + 0,306(1+z)^3 \ + 0,694}} \qquad eq\ 9$$

b- Cas où la constante cosmologique conserve sa valeur pour z = 0 mais varie au-delà.

Posons, par exemple :

$$f(z) = 10^{-z^{10^{-3}}}$$

qui satisfait à ces contraintes.

$$\frac{1}{H_0}\int_0^{1089} \frac{dz}{\sqrt{0{,}00009236(1+z)^4 + 0{,}306(1+z)^3 + (0{,}694)10^{-\left[z^{\left(10^{-3}\right)}\right]}}} \quad eq\ 10$$

Valeur de l’intégrale dans le cas a)

En utilisant la fonction d’intégration numérique « NIntegrate » de mathematica, où on a posé x = z + 1 : Le résultat donné par mathematica par la fonction NIntegrate est : `3.15393`

Pour le cas b), le résultat donné par mathematica par la fonction NIntegrate

est : . `3.43586`

Comment exploiter cela pour déterminer H_0

Rappelons l'équation qui régit ces paramètres

$$d_A = \frac{c}{(1+z)H_0} \int_0^{z*} \frac{dz}{\sqrt{\Omega_{rad}(1+z)^4 + \Omega_m(1+z)^3 + f(z).\Omega_\Lambda}}$$

On voit que si on connait d_A et la valeur de l'intégrale, comme on connait z et que *c* est la vitesse de la lumière, on peut déduire H_0. Si la valeur de l'intégrale augmente la valeur de H_0 (qui est au dénominateur) doit aussi augmenter pour la même valeur de D_A. Si l'équation avec les paramètres standards donnait 67, 27 km/s/Mpc, alors avec la constante cosmologique qui varie on va obtenir :

$$\frac{H_0}{67.27} = \frac{3.43586}{3.1531} \rightarrow H_0 \approx 73.30 \quad km/s/Mpc$$

On voit que cela permet de se rapprocher de la valeur donnée par les SN1A et que compte-tenu de la précision des mesures cela est compatible.

La modification proposée est purement arbitraire et n'a aucun caractère physique [2], elle n'a pour but de montrer comment le résultat est sensible aux paramètres.

Comment connaît-on d_A ?

Rappelons que par définition :

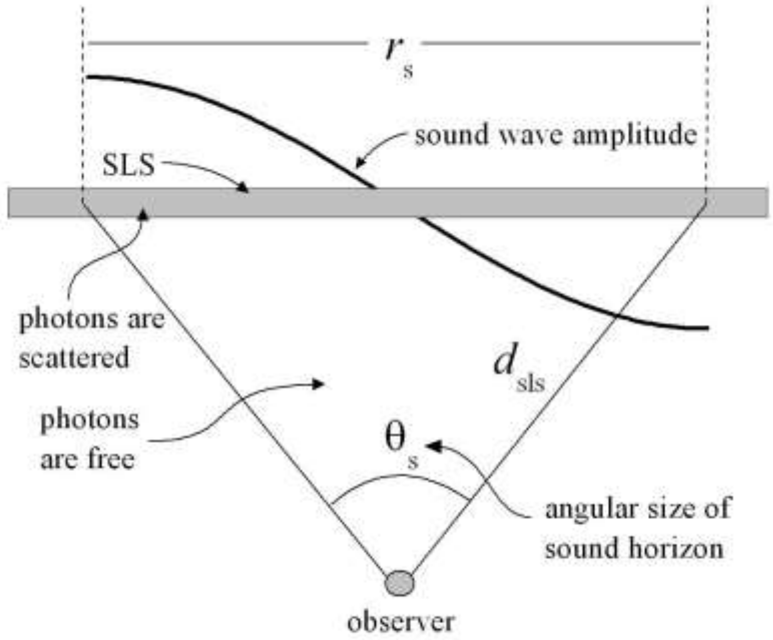
$$d_A.\ \theta = d_s$$

[2] Notons que si elle conserve la valeur de l'intégrale pour z = 0, elle varie très sensiblement pour 0 < z < 1. La valeur pour les SN1A serait différente avec l' équation du cas b. Ajoutons qu'on pourrait modifier la fonction pour l'ajuster encore mieux aux données expérimentales, il resterait alors à en apporter la justification physique.

d_A est la distance angulaire où on voit la taille d_s de l'horizon sonique, sous l'angle θ qui se déduit de la position du premier pic de la figure 3, qui vaut $\theta = 0{,}0104$ radian $\approx$ *0,6°*, dans ce cas.

La taille de l'objet d_s, l'horizon sonique qui est limite maximale de propagation des ondes soniques du plasma depuis l'origine t $=0_+$ jusqu'à t = 380000 ans (au découplage photons-matière) se déduit d'autres paramètres du CMB, caractérisant le plasma, tels que le ratio entre les baryons et les photons qui sont à l'équilibre thermique et qui déterminent la vitesse sonique (vitesse de propagation des inhomogénéités dans le plasma).[3]

[3] Les équations de détermination de la taille de l'horizon sont assez complexes, voir par exemple : https://ned.ipac.caltech.edu/level5/Sept02/Reid/Reid5_2.html, Plus particulièrement chapitre 5-2, » **Acoustic Peaks and the Cosmological Parameters »,** pour d'information.



In fine, connaissant la taille de l'horizon et l'angle sous lequel on le voit, cela nous permet de définir la taille angulaire d_A et en conséquence H_0 puisque on connaît alors tous les autres paramètres.

Conclusion

Lorsque la théorie en vigueur (le modèle standard de la cosmologie) semble mise en défaut, avant de l'abandonner pour une autre, à supposer qu'il en existe, actuellement, une qui soit meilleure (cela se juge sur l'ensemble des prédictions que fait la théorie et sur son fondement), il faut s'assurer qu'on l'utilise correctement. Le cas de la cosmologie est particulier, dans la mesure où, pour la théorie, des hypothèses simplificatrices drastiques ont été faites (homogénéité et isotropie à grande échelle), essentiellement pour trouver des solutions analytiques ! On sait que cela est hautement approximatif.

L'exemple donné montre l'impact des modifications. Si cette proposition, sans fondement physique, qui n'a que valeur d'exemple pour illustrer quels pourraient être les paramètres sensibles, est arbitraire, il est probable qu'en la modifiant on pourrait sans doute encore mieux s'ajuster aux données expérimentales. Le choix de la constante cosmologique comme paramètre sensible est lié au fait que ce paramètre n'a pas d'interprétation physique bien étayée.

L'histoire a montré qu'une expérience pouvait faire vaciller une théorie, l'expérience de Michelson -Morley pour la mécanique qui a induit la relativité restreinte, celle du corps noir pour la mécanique, qui a induit la mécanique quantique.

Pour le problème de la constante de Hubble, si on regarde les théories existantes « concurrentes » il n'est pas évident qu'il y en ait, actuellement, une meilleure, et certaines (notamment pour quantifier la gravitation) sont encore en chantier, et cela malgré des efforts de recherche considérables qui y ont été consacrés. Manifestement le problème est ardu. Bien entendu, une théorie n'est pas une vérité, elle n'a rien de définitif, et l'histoire a montré comment elles pouvaient s'améliorer, tâche qui incombe aux physiciens.

Cette anomalie de la constante de Hubble est finalement peut-être une chance, car par la nature du problème qu'elle soulève, (des lois qui semblent dépendre de z, différemment de ce qu'on pensait), à l'instar des exemples cité précédemment, elle peut nous donner des informations pour une piste vers une nouvelle approche.

Annexe : paramétrer H en fonction de z.

L'équation de Friedmann-Lemaître utilise la métrique de Robertson-Walker dont les coordonnées sont t, r, θ et φ. :

Pour introduire *z*, on calcule la constante de Hubble définie dans l'équation de Friedmann Lemaître par :

$$H = \frac{a'(t)}{a(t)}$$

Où *a(t)* est le facteur d'expansion de l'espace et *a'* sa dérivée par rapport à la coordonnée temps *t*, dans la métrique.

$$H = \frac{a'}{a} = \frac{d}{dt}\ln(\frac{a(t)}{a_0}) = \frac{d}{dt}\ln\left(\frac{1}{1+z}\right) = \frac{-1}{1+z}\frac{dz}{dt}$$

En remplaçant H, (pour $\Omega_k = 0$), par sa valeur

$$H = H_0\sqrt{(\Omega_{rad}(1+z)^4 \ + \Omega_m(1+z)^3 \ + \Omega_\Lambda)}$$

On obtient :

$$\frac{dt}{dz} = \frac{-(1+z)^{-1}}{H_0\sqrt{(\Omega_{rad}(1+z)^4 \ + \Omega_m(1+z)^3 \ + \Omega_\Lambda)}}$$

Cela permettra d’exprimer des temps en termes de z.