

Cosmologie. Problème de la constante de Hubble H_0 : une piste pour réconcilier les mesures faites par PLANCK et WMAP (phénomène observé à $z \gg 1$ avec celles à $z < 1$ (SNIA par exemple).

Ed. 2 : 05/06/21

Introduction

Actuellement ce problème d'incompatibilité entre les valeurs de H_0 déduites des mesures par des méthodes s'appuyant sur des observations à $z \gg 1$ (celle du rayonnement de fond cosmologique RFC, ou CMB pour Cosmological Microwave Background, en anglais, donnant une valeur de H_0 d'environ $67,27 \pm 0,6$ km/s/Mpc , et celles de nombreuses méthodes s'appuyant sur des observations à $z < 1$ (SNIA, Céphéïdes, etc..) donnant une valeur de H_0 d'environ $73,52 \pm 1,62$ km/s/Mpc, semble ébranler le modèle cosmologique standard.

On a pensé à mettre en doute la précision des observations, mais ces valeurs s'écartent de plus de 4σ de leur diagramme probabiliste donc, comme de très nombreuses mesures ont été faites et vérifiées, cette hypothèse est de moins en moins crédible.

Pour l'instant, on est dans l'expectative, redoutant pour certains et espérant pour d'autres, une remise en cause du modèle standard, allant au-delà des rustines habituelles, voire de la théorie de la relativité générale, elle-même, dont on sait que, si elle n'a certainement rien de définitif comme l'histoire des sciences le suggère, il n'y a pas grand-chose de disponible et d'aussi efficace, pour la remplacer.

Ce que prédit physiquement une théorie dépend des paramètres qu'on lui associe et des hypothèses que l'on fait.

Rappelons que les hypothèses d'homogénéité et d'isotropie de l'univers sont des approximations drastiques qui même à grande échelle (la matière est regroupée dans des structures filamenteuse avec de gigantesques vides) sont loin d'être vraiment satisfaites.

Des modèles d'univers inhomogènes et anisotropes sont étudiés, sans grand résultat pour l'instant. On sait aussi que 95% de ce qui génère la dynamique de l'univers (matière noire et énergie noire) sont de nature inconnue, malgré des recherches importantes.

Par ailleurs le paradigme de l'inflation, s'il résout avantageusement quelques problèmes, fait tout de même figure de théorie ad hoc. Certains physiciens pensent qu'on pourra en fournir une preuve expérimentale, ce qui consoliderait l'hypothèse, mais pour l'instant une telle preuve fait défaut.

Avec ce problème sur la constante de Hubble, cela commence à faire beaucoup pour ce modèle standard de la cosmologie. Cependant, avant de proclamer sa mise à mort, il convient d'étudier si ce ne sont pas les paramètres qui sont en défaut. Ici nous proposons une méthode qui produit une différence par rapport au calcul habituel.

La relativité générale dont la cosmologie est une application, est une théorie (géométrique) de la gravitation, elle ne traite que de l'interaction gravitationnelle et ne prend pas du tout en compte les 3 autres interactions dont deux sont très locales mais dont l'autre qui est l'électromagnétisme est aussi une interaction à longue portée (réputée infinie).

Si la lumière, les photons, participent en tant que fluide, à la dynamique de l'univers c'est via leur tenseur énergie impulsion (symétrique). L'interaction électromagnétique est régie par le tenseur électromagnétique qui est un tenseur antisymétrique (ces tenseurs ont une parenté) mais ont des phénoménologies très différentes.

Ainsi, comme nous le développerons dans ce document, dans l'ère plasmatique, le couplage, via l'interaction électromagnétique, entre la matière chargée du plasma et les photons peut influencer sur la dynamique, et là ce n'est pas la relativité qui est en cause, mais simplement l'analyse du problème.

Dans ce document, on suppose connu les notions fondamentales de cosmologie (métrique de Robertson-Walker, équation de Friedman-Lemaître, paramètres de densité Ω_i , décalage spectral cosmologique z , distance de luminosité D_L , distance angulaire D_A , l'équation d'état des fluides cosmologiques, etc. Si ce n'est pas le cas et si nécessaire, voir, par exemple :

http://www.astromontgeron.fr/SAF_Cours_cosmo_2.pdf

C'est une présentation simple, inspirée d'une traduction du cours de N. Wright

<http://www.astro.ucla.edu/~wright/cosmolog.htm>

Rappel sur les méthodes de mesure utilisées pour déterminer H_0 .

Une différence essentielle dans ces méthodes est la valeur du décalage spectral du phénomène observé et mesuré. Les méthodes comme celles des SN1A et des Céphéides considérées comme chandelles standard (des sources lumineuses dont on connaît la valeur intrinsèque), par exemple, pour $z < 1$, utilisent la distance de luminosité D_L déduite d'une observable qui est la mesure du flux lumineux de l'objet considéré (par un capteur associé au télescope mesurant l'énergie du flux de photons) que l'on va combiner avec le décalage spectral z (avec un spectromètre sur le télescope), qui est une autre observable de l'objet considéré. Ceci permet de tracer des courbes $D_L = f(z)$ pour différentes valeurs de z qu'on va comparer

avec celles prédites par les différents modèles et d'en éliminer certaines et d'en conserver d'autres comme possibles, (méthode du meilleur ajustement).

Quels modèles sont compatibles avec les données expérimentales ?

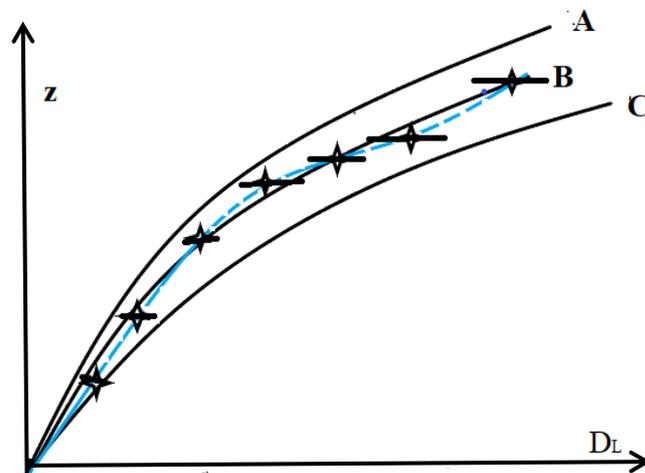


Figure 1 : Méthode de sélection d'un modèle par ajustement aux données expérimentales.

Sur le diagramme ci-dessus on a représenté par des étoiles un ensemble de points de mesure des observations du décalage spectral z , représenté en ordonnée, axe vertical, en fonction de la distance de luminosité D_L , en abscisse, axe horizontal.

Une courbe en tirets, les reliant, interpole la loi expérimentale $z(D_L)$. A chaque point on doit associer une barre d'erreur liée à l'imprécision de la mesure.

On a tracé 3 courbes A, B, C correspondant à 3 modèles cosmologiques différents.

On voit que par exemple la courbe B est la plus compatible avec les données expérimentales. En revanche, les courbes A et C, sont à exclure.

C'est ce constat du meilleur ajustement entre les observations qui déterminera les modèles qui sont compatibles avec les observations et exclura ceux qui en sont trop éloignés, en tenant compte des imprécisions des mesures. A noter que ce diagramme est approximatif et ne prétend qu'illustrer la phénoménologie décrite.

Comme, prendre en compte que la courbure spatiale de l'univers est nulle, ($\Omega_k = 0$) simplifie les calculs, nous ferons cette hypothèse jugée fondée dans tous les calculs présentés.

Cette distance de luminosité D_L de l'objet situé à un décalage spectral z^* est donné par :

$$D_L = \frac{1+z}{H_0} \int_0^{z^*} \frac{dz}{\sqrt{\Omega_{rad}(1+z)^4 + \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}} \quad eq\ 1$$

Notons que le paramètre dynamique est z , une observable, ce qui a nécessité d'opérer une transformation qui est décrite en annexe. Cette équation comporte un terme qui est la valeur de H (sa valeur qui est variable partant de H_0 , pour $z=0$, qui est une constante dans l'équation 1 (donc sortie de l'intégrale), jusqu'à sa valeur pour le décalage spectral z^* au temps cosmologique du phénomène observé. H est lié à H_0 par la formule :

$$H = H_0 \sqrt{(\Omega_{rad}(1+z)^4 + \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda)} \quad eq.\ 2$$

La méthode utilisée par Planck et WMAP qui extrait la valeur de H_0 de l'analyse de Fourier en ondes sphériques des inhomogénéités du CMB, dont le premier pic donne la valeur de la taille angulaire de l'horizon en angle (plus souvent on se sert de moments, mais il y a une correspondance entre les deux). Ceci correspond à une autre observable qui est la distance angulaire D_A , qui dit sous quel angle on voit un objet dont la taille intrinsèque est connue.

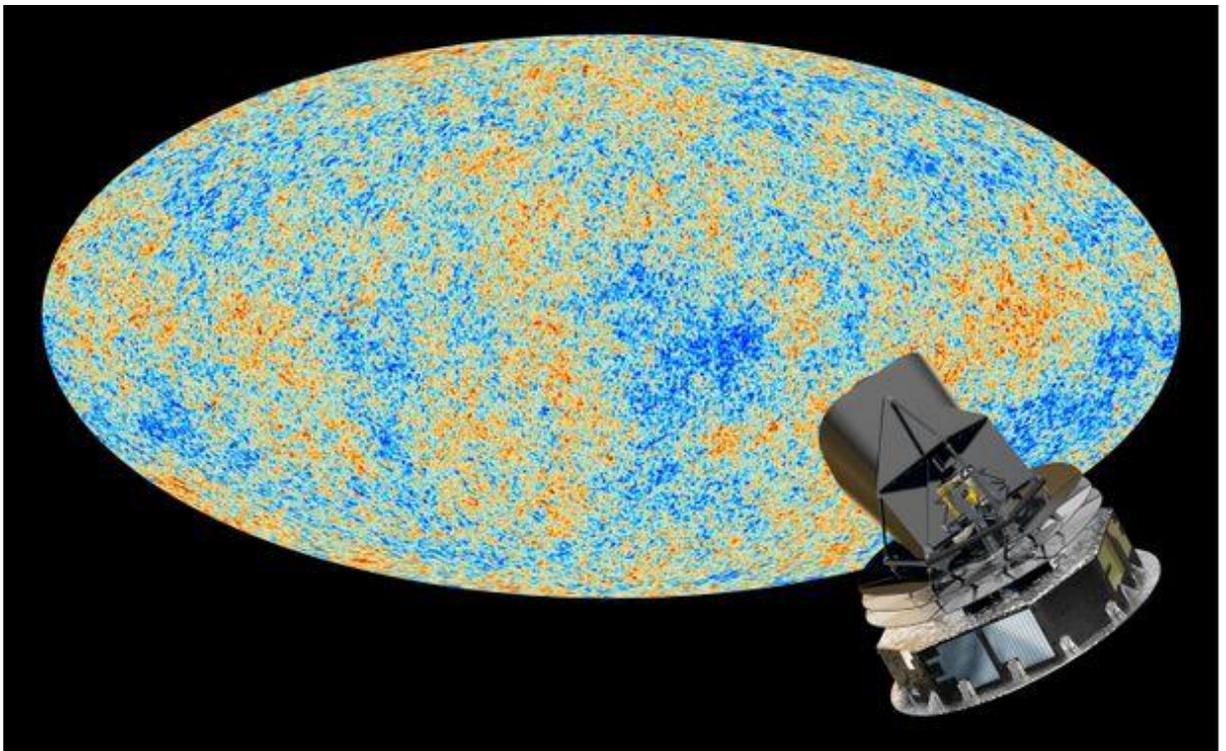


Figure 2 : représentation de la température du RFC en « fausses couleurs » .

L'image ci-dessus correspond à la sphère céleste complète, Le Satellite Planck étant au point de Lagrange L2 à 1,5 millions de kms de la Terre. Il voit toute la sphère céleste (360 °)

de l'intérieur, ce qui est difficile à représenter, mais ce que l'image essaie de suggérer. La forme ovoïde de l'image résulte de la projection de la surface sphérique céleste sur un plan, ce qui ne peut pas se faire sans déformation.

Résultat

r

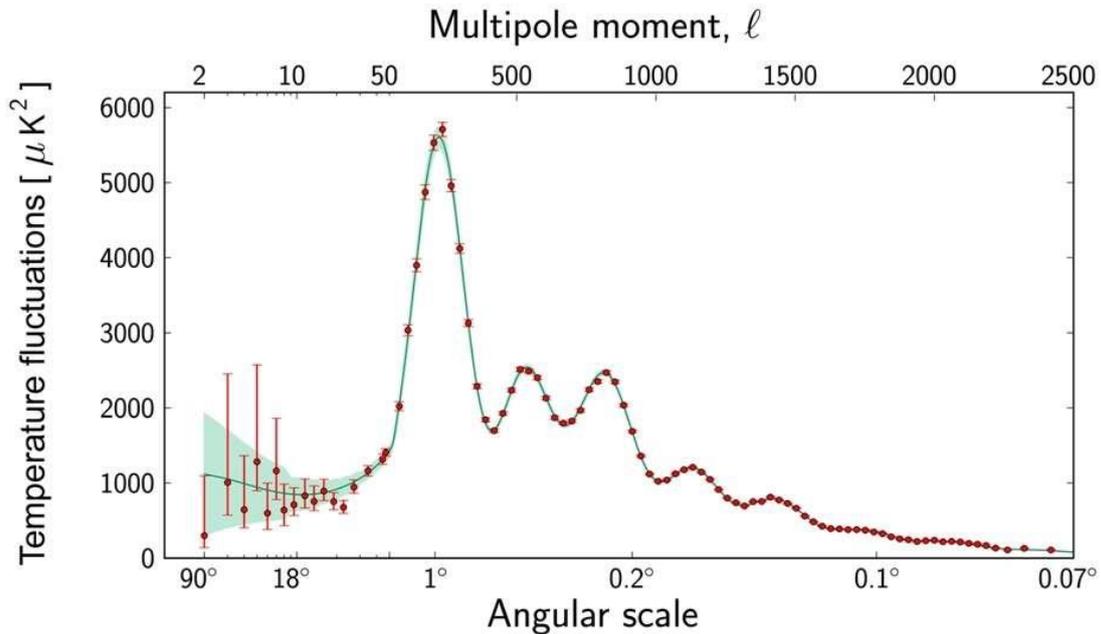


Figure 3 : résultat de la décomposition par transformée de Fourier 2D du RFC.

Cette décomposition permet d'extraire la proportion de motifs associés chaque taille repérée par la valeur du multipôle ou de l'angle associé. Le plasma étant un milieu élastique, les inhomogénéités génèrent des ondes acoustiques, donc les pics qui correspondent aux modes (principalement le mode fondamental, corroboré par ses harmoniques) les plus intenses. Ceci caractérise la taille du plasma (son horizon). Un mécanisme qu'on retrouve à une dimension dans les cordes vibrantes, mais aussi dans les résonances acoustiques des sons se propageant dans l'air, dans une enceinte.

Il existe une relation simple entre D_L et D_A :

$$D_A = \frac{D_L}{(1+z)^2} = \frac{1}{(1+z)H_0} \int_0^{z^*} \frac{dz}{\sqrt{\Omega_{rad}(1+z)^4 + \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}} \quad eq. 3$$

D_A dépend donc aussi de H .

Peut-on attribuer la même équation d'état à la matière noire et à la matière baryonique ?

Dans l'équation 1, la matière noire et la matière baryonique ne sont pas séparées, le paramètre de densité Ω_m regroupe les 2. Cela suppose qu'elles ont la même équation d'état, ce qui implique que leur « dynamique » est régie par le même facteur $(1+z)^3$.

Ceci est certainement acceptable pour $z < 1$, mais pour $z \gg 1$ il serait étonnant que ce soit toujours le cas.

En effet avant le découplage $z > 1089$, l'univers est sous forme d'un plasma où si la matière noire (majoritaire dans la matière) ne se couple pas avec les photons du plasma, ce qui a permis d'en préserver l'essentiel, les baryons (majoritairement les protons constituant l'hydrogène et aussi, dans une moindre mesure, les noyaux d'hélium sont chargés électriquement et se couplent fortement avec les photons qui sont ultra majoritaires dans ce plasma (environ 1 milliard de photons par baryon), qui est à un quasi équilibre thermique (les fluctuations qu'on mesure sont de l'ordre de 10^{-5}).

Ce qu'on observe sur la « dernière surface de diffusion : le rayonnement de fond cosmologique (CMB) », c'est le résultat de ce qui s'est produit pendant toute l'ère plasmatique où 2 phénomènes s'opposaient : La matière noire gelant (sans influence) les fluctuations et les baryons, du fait de leur interaction avec les photons ultra majoritaires, lissant les fluctuations. Comme la matière noire est dominante l'essentiel des fluctuations a été préservé, mais s'il n'y avait eu que des baryons, ce qu'on observerait aujourd'hui serait très différent, les fluctuations seraient encore bien plus faibles qu'elles ne sont.

Pour $z \gg 1$, nous avons deux phénoménologies différentes pour la matière noire et la matière baryonique, ce qui est négligeable pour $z < 1$.

Dans ces conditions il paraît raisonnable de les considérer comme deux types différents de matière avec des équations d'état qui peuvent être différentes et cela peut influencer sur la valeur de H pour $z \gg 1$ donc sur la valeur de H_0 qu'on en déduit par les équations.

$$D_A = \frac{1}{(1+z)H_0} \int_0^{z^*} \frac{dz}{\sqrt{\Omega_{rad}(1+z)^4 + \Omega_{dm}(1+z)^3 + \Omega_{bar}(1+z)^3 f(z) + \Omega_\Lambda}}$$

Dans cette équation on a décomposé Ω_m en Ω_{dm} et Ω_{bar} et on a introduit un facteur de couplage $f(z)$ pour les baryons dont l'effet doit être négligeable pour $z < 1$.

Quel effet cette différence de phénoménologie peut-elle générer ?

Lors d'un équilibre thermique de particules en interaction, c'est le nombre de particules « libres » qui compte. Mais si des particules sont couplées elles ne peuvent plus être considérées comme 2 particules libres elles se comportent plutôt comme n'en formant qu'une seule.

Ceci fait diminuer la quantité de particules participant à l'équilibre thermique ce qui pour effet de faire baisser le paramètre de densité de la matière baryonique, pour ce qui concerne les baryons, (pour les photons comme il y en a 1 milliard par baryon la baisse est insensible).

La distance angulaire D_A est un paramètre mesuré donc connu, et le décalage spectral z est également connu, ceci détermine le facteur H . Si la partie entre parenthèses du membre de droite de l'équation 1 diminue comme la valeur de H ne varie pas le facteur H_0 , doit augmenter pour la mesure faite à partir du CMB ce qui va la rapprocher de celles des mesures faites par les méthodes utilisant des sources à $z < 1$. Ceci va dans le bon sens pour réconcilier les deux mesures réputées incompatibles.

L'impact exact de cette correction est sans doute assez complexe, mais un exemple empirique séparant la matière noire de la baryonique est donné à titre exemple pour illustrer le mécanisme.

Exemple empirique de l'effet de la prise en compte de cette remarque

L'exemple qui suit est purement illustratif du fait que séparer la matière noire de la matière baryonique et leur attribuer des dynamiques différentes, du fait de leur équation d'état qui est différente affecte la valeur de H_0 .

Nous séparons la matière en matière noire de paramètre de densité Ω_{dm} et la matière baryonique de paramètre de densité Ω_{bar} . Modéliserons le couplage de la matière baryonique (qui fait diminuer Ω_{bar} par une fonction qui ne change rien pour $z < 1$ et n'a d'effet que pour $z \gg 1$. Nous nous intéressons au cas $z \gg 1$ (méthode utilisant les résultats de Planck qui sont plus récents que ceux de WMAP).

$$\Omega_{dm} = 0,258$$

$$\Omega_{bar} = 0,048$$

$$\Omega_{rad} = 0,00009236$$

$$\Omega_{\Lambda} = 0,694$$

Ecrivons la partie de l'équation qui décrit l'influence de H avec ces conventions et valeurs :

- a- Cas où on ne sépare pas la matière noire de la baryonique

$$\frac{1}{H_0} \int_0^{1089} \frac{dz}{\sqrt{0,00009236(1+z)^4 + 0,306(1+z)^3 + 0,694}}$$

b- Cas où on sépare la matière noire de la matière baryonique avec, pour l'exemple, un terme de couplage $f(z) = [1 - \tanh(z/1089)]^3$

$$\frac{1}{H_0} \int_0^{1089} \frac{dz}{\sqrt{0,00009236(1+z)^4 + 0,258(1+z)^3 + 0,048(1+z)^3 \left(1 - \tanh\left(\frac{z}{1089}\right)\right)^3 + 0,694}}$$

Valeur de l'intégrale dans le cas a)

En utilisant la fonction d'intégration numérique « NIntegrate » de mathematica, où on a posé $x = z + 1$, cela s'écrit :

```
NIntegrate[1 / Sqrt[0.00009236 * x^4 + 0.306 * x^3 + 0.6939], {x, 1, 1090}]
```

Le résultat donné par mathematica est : $3.1531142721606287 \rightarrow H_0 = 67,27 \text{ km/s/Mpc}$

Pour le cas b), cela s'écrit :

```
NIntegrate[1 / Sqrt[0.00009236 * x^4 + 0.258 * x^3 + 0.048 * x^3 * (1 - ArcTan[(x - 1) / 1089])^3 + 0.6939], {x, 1, 1090}]
```

Le résultat donné par mathematica est : $3.1690764909827074 \rightarrow H_0 = 67,61 \text{ km/s/Mpc}$

La différence n'est pas grande, (0,5%) mais la fonction de couplage prise est totalement arbitraire et n'a pour but que de montrer le principe du procédé.

Notons que le cas b) est plus grand, car c'est la fonction 1/H qui est calculée, En fait le facteur par lequel est multiplié H_0 au dénominateur est plus petit ce qui implique que H_0 soit plus grand pour rester constant, puisque le reste de l'équation concerne des mesures effectuées. Nous n'avons modifié que la loi de variation de H en fonction de z.

Résultats numériques pour D_A et H_0 extrait de ces équations

Rappelons l'équation qui régit ces paramètres

$$D_A = \frac{c}{(1+z)H_0} \int_0^{z^*} \frac{dz}{\sqrt{\Omega_{rad}(1+z)^4 + \Omega_{dm}(1+z)^3 + \Omega_{bar}(1+z)^3 f(z) + \Omega_\Lambda}}$$

Dans les calculs on pose $c = 1$, sachant que par l'analyse dimensionnelle on peut rétablir sa valeur. D_A est une longueur, z, Ω_i sont sans dimension et H_0 a la dimension de l'inverse d'un temps. Pour rendre l'équation homogène, on a multiplié le membre de droite par c (vitesse de

la lumière 299792458km/s). Concernant les unités il faut aussi homogénéiser (nous avons des kms et des Mégaparsecs). Prenons le mètre comme unité de longueur. Ecrivons la constante H_0 sous la forme de m/s /m.¹

$$H_0 = 6,7270 \cdot 10^4 \text{ m/s} / (3,0834 \cdot 10^{22} \text{ m}) = 2,1817 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1} \rightarrow 1 / H_0 = 0,45836 \cdot 10^{18} \text{ s}.$$

La valeur de l'intégrale est 3,1531 et z vaut 1089 ceci permet de calculer D_A .

$$D_A = \frac{2,99792458 \cdot 10^8}{(1,090) \cdot 10^3 \cdot 2,1817 \cdot 10^{-18}} \cdot 3,1531 = 3,975 \cdot 10^{23} \text{ m} = 12,89 \text{ Mpc}$$

La taille angulaire de l'horizon sonique, déduite de la position du premier pic de la figure 3, vaut $\theta = 0,0104$ radian $\approx 0,6^\circ$

La taille D de cet horizon sonique donné par la formule $= \theta \times D_A = 0.1341 \text{ Mpc}$

Si on tient compte des erreurs dus aux arrondis, on retrouve bien les valeurs connues de la mission Planck.

Conclusion

Lorsque la théorie en vigueur (le modèle standard de la cosmologie) semble mise en défaut, avant de l'abandonner pour une autre, à supposer qu'il en existe une qui soit meilleure (cela se juge sur l'ensemble des prédictions que fait la théorie et sur son fondement), il faut s'assurer qu'on l'utilise correctement. Le cas de la cosmologie est particulier, dans la mesure où, pour la théorie, des hypothèses simplificatrices drastiques ont été faites (homogénéité et isotropie à grande échelle), essentiellement pour trouver des solutions analytiques ! On sait que cela est hautement approximatif, même si des simulations (mais il faut se méfier des simulations) montrent que, globalement, même des structures « en éponge » avec des filaments produisent des résultats plutôt proches de ce que la théorie prédit.

Malgré tout, la prudence s'impose. Dans l'exemple donné on voit que l'impact des modifications exposées est faible sur le résultat. Mais c'est une proposition qui n'a que valeur d'exemple.

¹ Dans une année, il y a environ $3600 \times 24 \times 365,15 \approx 3.1549 \times 10^7$ secondes et dans une année-lumière 9.458×10^{15} mètres. Un parsec vaut 3,26 al, soit 3.0834×10^{16} mètres, 1 méga parsec vaut 3.0834×10^{22} mètres

Si l'histoire a montré qu'une expérience pouvait faire vaciller une théorie, l'expérience de Michelson -Morley pour la mécanique qui a induit la relativité restreinte, celle du corps noir pour la mécanique, qui a induit la mécanique quantique, pour la relativité générale ce n'est pas vraiment le cas. La minuscule anomalie de l'orbite de Mercure (avance de son périhélie), dérangeait un peu les astronomes, mais sans plus. On lui supposait une cause, explicable dans le cadre de la mécanique classique : aplatissement du Soleil, planète intérieure à Mercure (Vulcain) qu'on n'avait pas observée, etc.

La relativité générale est née de la conviction d'Einstein, que la relativité devait aussi s'appliquer à la gravitation ! Qu'elle ait réglé le problème de Mercure a été une « divine surprise » qui a ravi son auteur, mais elle n'avait pas été élaborée spécifiquement pour cela. Il y a eu d'autres surprises totalement inattendues celles-là et c'est ce qui a fait tout l'intérêt et la force de cette théorie !

Pour le problème de la constante de Hubble, si on regarde les théories existantes « concurrentes » il n'est pas évident qu'il y en ait une meilleure, et certaines (notamment pour quantifier la gravitation) sont encore en chantier, et cela malgré des efforts de recherche considérables qui y ont été consacrés. Manifestement le problème n'est pas simple. Bien entendu, une théorie n'est pas une vérité, elle n'a rien de définitif, et l'histoire a montré comment elles pouvaient s'améliorer, tâche qui incombe aux physiciens.

Cette anomalie de la constante de Hubble est finalement peut-être une chance, car par la nature du problème qu'elle soulève, (des lois qui semblent dépendre de z , différemment de ce qu'on pensait), à l'instar des exemples cités précédemment, elle peut nous donner des informations pour une piste vers une nouvelle approche.

Néanmoins, cela ne dispense pas de vérifier que l'explication ne se trouve pas dans le cadre de la théorie existante et que cette anomalie est liée à une mauvaise connaissance des paramètres et cela aussi c'est au physicien de le faire.

Annexe : paramétrer H en fonction de z .

L'équation de Friedmann-Lemaître utilise la métrique de Robertson-Walker dont les coordonnées sont t , r , θ et φ . Pour introduire z , on calcule la constante de Hubble définie dans l'équation de Friedmann Lemaître par $H = a'(t)/a(t)$, (a est le facteur d'expansion de l'espace et a' sa dérivée par rapport à la coordonnée temps t , dans la métrique de Robertson-Walker) comme suit :

$$H = \frac{a'}{a} = \frac{d}{dt} \ln\left(\frac{a(t)}{a_0}\right) = \frac{d}{dt} \ln\left(\frac{1}{1+z}\right) = \frac{-1}{1+z} \frac{dz}{dt}$$

En remplaçant H , (pour $\Omega_k = 0$), par sa valeur

$$H = H_0 \sqrt{(\Omega_{rad}(1+z)^4 + \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda)}$$

On obtient :

$$\frac{dt}{dz} = \frac{-(1+z)^{-1}}{H_0 \sqrt{(\Omega_{rad}(1+z)^4 + \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda)}}$$

Cela permettra d'exprimer des temps en termes de z .